3°/ • Soit B' = φ (B)

On a : $z_{B'} = \dfrac{2iz_B - 5}{z_B - 2i} = \dfrac{2i(-i) - 5}{-i - 2i} = -i$

d'où B' = B et par suite B est un point invariant par φ

• Soit C' = φ (C)

On a : $z_{C'} = \dfrac{2iz_C - 5}{z_C} = \dfrac{2i(5i) - 5}{5i - 2i} = \dfrac{-15}{3i} = 5i$

d'où C' = C et par suite C est un point invariant par φ

4°/ $M \in (BC) \Rightarrow M \in (O, \vec{j})$ d'où $z_M = yi$ où $y \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$

$$z_{M'} = \frac{2iz_M - 5}{z_M - 2i} = \frac{2i(yi) - 5}{yi - 2i} = \frac{-2y - 5}{(y-2)i} = \frac{(2y+5)}{y-2} i = \lambda i \text{ où } \lambda = \frac{2y+5}{y-2}$$

d'où $z_{M'}$ est imaginaire et par suite $M' \in (O, \vec{j})$

conclusion : $M' \in (BC)$.

5)a) $|z' - 2i| \cdot |z - 2i| = \left| \left(\dfrac{2iz - 5}{z - 2i} - 2i \right)(z - 2i) \right| = |(-5 - 4)| = 9$

b) $M \in \Gamma \Leftrightarrow M \in C(A,3) \Leftrightarrow AM = 3 \Leftrightarrow |z - 2i| = 3$

Or $|z' - 2i| . |z - 2i| = 9 \Rightarrow |z' - 2i| = 3 \Rightarrow AM' = 3 \Rightarrow M' \in \Gamma$.

Solution 5 :

A - 1°/ a) * $|p| = \left| \dfrac{a}{c} \right| = \dfrac{|a|}{|c|}$ or $|a| = |c|$ d'où $|p| = 1$

* $|q| = \left| \dfrac{b}{c} \right| = \dfrac{|b|}{|c|}$ or $|b| = |c|$ d'où $|q| = 1$

Conclusion : $|p| = |q| = 1$